**Билет 11.**

**Бинарное отношение эквивалентности на одном множестве**

*Определение*: Бинарное отношение R называется отношением эквивалентности, если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно.

Обозначение: xRy или x~y

1. Рефлексивность: Ɐx ∈ X. (х;х) ∈ R или x~x. Любой элемент сходен с самим собой.
2. Симметричность: Если xRy ⬄ yRx.
3. Транзитивность: Если xRy и yRz => xRz (Пример: Пусть x,y,z ∈ N, x<y,y<z. Тогда x<z, т.е. бинарное отношение «<» (меньше) транзитивно на N)

**Теорема о разложении множества на классы эквивалентности.**

*Определение:* Подмножество [x]={y∈ X: yRx} называется классом эквивалентности , содержащим x (это множество всех элементов, эквивалентных данному элементу х). Любой элeмент y∈[x] называется представителем этого класса.

*Теорема*: Всякое отношение эквивалентности R определяет разбиение множества X на классы эквивалентности относительно этого отношения R.

*Доказательство:* 1) Ɐx ∈ X: x∈[x] (по теореме: класс эквивалентности порождается любым своим элементом) => каждый элемент множества Х∈ некоторому классу эквивалентности.

2) Два класса эквивалентности либо не пересекаются, либо совпадают => Если z∈[x] z∈[y], то :( xRz=> [x]=[z] и yRz => [y]=[z]) =>[x]=[y]. Ч.Т.Д.

**Фактор множества**

*Определение:*  Совокупность классов эквивалентности элементов множества Х по отношению эквивалентности R называется фактор-множеством множества Х по отношению R и обозначается X/R

*Пример:* Отношение сравнимости по заданному модулю.  
Пусть Z – множество целых чисел; R5 – отношение на нем:  
aR5b тогда и только тогда, когда a = b mod 5.  
Классы эквивалентности: {1,6,11,16,…},{2,7,12,…},{3,8,13,…},{4,9,14,…},{0,5,10,…}.  
Фактор-множество: Z/R5 = {[1],[2],[3],[4],[0]}